四庫全書

子部

同文算指通編卷八

明 李之藻 撰

帶縱諸變開平方第十五

開方帶縱其變無窮更繹其要有十一種餘可神而明之若積與二濶較及長濶較求濶用帶縱減積開平方

假如三廣田積二千四百六十五步第云中廣不及南廣八步亦不及北廣三十六步又不及正長六十七步

一八
八伍七
五陸〇
〇肆四
一貳一

帶縱壹一
壹二

減積柒七
陸〇
一四〇七

問廣併長各幾何列積為實
併不及二廣共四十四以四而一
得一十一為縱方以不及正
長六十七為減積初商一紀右
即一十以併帶縱共二十一列

註首點下為方法以乘減積得一千四百七先以減積
所乘呼商一七除七尾位伍變八　進位陸變五　一
四除四　進位肆變〇一一除一首位貳變一　次以

八
(一

八伍七八　六
四五陸〇一九〇
八〇肆四二　一
一貳一

帶壹一
縱壹二
減柒七
積陸〇四一

所註方法呼商一二除二二上〇變八進削一一一除一一上五變四餘實八四八乃倍方一作二為廉法（即二十）併減積（六十七）又併帶縱（一十一）共九十八為方法註退位續商八紀右以併方法得一百六呼除一八除八一上削八六八四十八恰盡得中廣一十八步各加不及得南廣二

十六步北廣五十四步正長八十五步

右凡梯田斜田箕田杖鼓田四不等田以積求長廣者俱以此法求之

凡大小二方和積求徑者用減積帶縱負隅併縱開平方

假如大小方田二段共積七千五百九十二步大方面較小方面多二十八步求大小方面各幾何用較自乘得七百八十四以減積餘六千八百零八為實倍較八二十得五

十六為帶縱另置二為負隅初商四十即四乘負隅二得八十併縱方共一百三十六為方法註積下以呼所商一四除四一上陸變二　三四一十二　三

六四（
捌六八　帶縱陸伍
六〇六一二
三六捌三二　負貳〇二
一二陸一　隅八一

上捌變六進位二變一　四六二十四　六上〇變六進位六變三餘實一三六八次倍商得八併初方一百三十六共二百一十六為廉法註退位續商六紀右亦乘負

隅得一十二為隅法併入廉法共二百二十八與次商呼除畫得小方面四十六步加較得大方面七十四步

又假如大小方田三段共積四千七百八十八步大方面多中方面十八步中方面多小方面十二步求各方面幾何以大方面較小面數三十自乘得九百以中方面較小面數十二自乘得一百四十四相併共一千四十四以減共積餘三千七百四十四為實併二較倍之得八十四為縱方以三為負隅初商二紀右即二十以乘負隅三得六

四
二
肆四六
縱肆四四
捌四〇
一二

二六肆四〇一
八柒四二
二叁一
負叁〇二
六一

十併縱方共一百四十四為方法列首位以呼所商二四除八　四上肆變六　二四除八　四上柒變八進位叁變二　一二除二　一上削二餘實八百六十四倍方法十六作一百二十為廉法以併縱方四八得二百四註退位為方法次商四紀右以乘負隅三得一十二為隅法併方法共二百一十六與次

商呼除二四除八　二上削八　一四除四　一上六
變二　四六二十四恰盡得小方面二十四步以較加
之得中方面三十六步大方面五十四步
凡方田圓田徑相似以其共積求相似之徑幾何者用
隅筭開平方凡圓者之四可當方者之三併方圓之率
為七用七為隅筭用四乘原積開方
假如方圓田共積二千二百六十八步只云方面圓徑
相等求方面圓徑者四乘原積得九千七十二步為實

另列七為隅算初商三紀右即三十乘隅七共二百一十為方法與商相呼二三除六　二上玖變三一三除三一上〇變七進位三變二餘實二七七二乃倍三十作

六三
貳二
隅柒〇二
一四
二
柒六
七〇一四
二三玖二

六十為廉法註退位次商六以乘隅七得四十二為隅法又以乘廉六十得三百六十併共四百〇二仍併入廉法共四六二與商相呼恰盡得方面圓徑俱三十六步

又法四乘原積得九千〇七十二步併方四圜三得七為法除之得一千二百九十六為實乃以開平方法求得方面圜徑三十六步更簡易

凡匿其原積只云一長二濶三和四較更以長乘之共數若干其長濶之較若干以求其長幾何者用益積以補濶則有帶縱隅益積開平方

假如田不知積但以長乘一長二濶三和四較共得四萬四千九百二十八步其長濶之較二十四步求長者

列實另置較為益縱約三和得三長三濶併一長二濶得四長五濶又併四較入濶為長得八長一濶共九段

（二七）

肆	二四六一肆一六一	五六一玖六三二	〇貳八四六七	六捌八八

益縱 肆〇八 貳八四 一六

隅 玖〇〇 三六〇八 六二一

以九為隅算初商七十乘隅算九得六百三十為隅法又以初商七乘益縱二十四得一千六百八十註原積之

下以益原積　八上貳變○進加一六上玖併一變六進加一　一上肆併一變六共四萬六千六百○八却以隅法(六百三十)註退位與商相呼六七四十二六上六變四進削四　三七二十一　三上六變五進位四變二餘實二五○八乃倍隅法(六百三十)得一千二百六十為方法註退位以商餘實得二紀右又乘隅算(九)得一十八為隅法另以所商二乘益縱(二十四)得四十八併入餘實八上八變六　四上○變五共得二五五六却以方

隅二法併共一千二百七十八皆與所商二呼除恰盡得長七十二步

又同前田不知實用長數乘一長二濶三和四較共若干及其較若干以求長者或損長以就之用帶縱負隅減縱開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬七千二百一十二其較二十八步而不知其積求其長列長乘之積為實較為縱方仍前法推得九為負隅初商七十紀

帶縱例貳

貳二八

七壹二三六

〇貳〇二

負隅玖〇二六

五柒六一

三三三三

六二

一

肆

右乘負隅得六百三十為方法內減縱法二十八剩六百二退位註實下以呼所商六七四十二六上柒變五進削肆　二七一十四二上壹變七進位貳變〇餘實五〇七二次倍方法得一千二百六十內減縱法二十八得一千二百三十二為廉法列餘實之下約實續商得

四紀右乘負隅得三十六為隅法併廉法共一一二六八

攺註尾位與續商相呼恰盡得長七十四步

又有同前不知積知較而以濶乘其一長二濶三和四

較得若干求長者用減積帶縱隅益積開平方

假如設為一長二濶三和四較以濶數乘之得二萬九

千九百五十二其較二十四問長幾何置較自乘五百七十

六以減原積餘二萬九千三百七十六為實以較自乘減其原積

故曰減積

較為益縱六為隅算初商七十紀右乘隅六得四

二七
四陸二
〇五柒五
七六〇叄二八
二三一玖四
三貳

益縱肆〇八
貳八四
一六
隅陸〇〇二
算二四一
四八

百二十為隅法詁實下
又以商七十乘益縱二十四
得一千六百八十以益
原積尾次七變五進位
叄變〇 又進玖變一
又進貳變三得三一
〇五六乃以隅法乘商呼之四七二十八 四上一變
三進削三 二七一十四 二上〇變六 進位三變

一餘實一六五六乃倍隅法得八百四十為廉法續商二以乘隅六得一十二為隅法另以所商二乘益縱得四十八以益餘實尾位陞變四進位五變〇進位六變七共一千七百四却以方隅二法共八百五十二註尾位以呼續商恰盡得長七十二步

亦有匿積只以濶乘一長二濶三和四較共若干及較若干求長而用帶縱負隅減縱益實開平方者

假如田不知積一長二濶三和四較以濶乘得二萬九

千三百四十八步濶不及長二十八步者列實亦列較為縱方九為負隅共得九長初商七紀右即七十以乘負隅得

四七

二四捌六　八
三七六〇肆五二六〇
二〇二叁八〇二〇
一五四六玖六六一一
四貳二

縱方　捌貳
六五八六一
八〇〇一

負隅　玖
〇三六
二三二一

六百三十為方法內減縱方二八得六百二註實下又以乘縱方得一萬六千八百五十六以益實六上捌變四

五上肆變〇　八上叄變二　六上玖變六　一上
貳變四乃以所商七呼除所註之下法六百二　二上〇變
六進位二變〇　六上六變四進削四餘實四〇六四
次倍方法一千二百六十減縱方得一千二百三十二為廉法
次商四紀右以乘負隅九得三十六為隅法以乘縱方
得一千零八為益實併入餘積八上四變二進位六變
七　一上四變五以廉一千二百三十二隅三十六相併一千二百六十
八　呼商恰盡得長七十四步

右法以濶求長積欠一較故乘較為益實以補其欠

亦有同前不知積而以濶乘長濶和較共數及較求濶者用帶縱廉開平方

假如直田不云積步只云一長二濶三和四較以濶乘得二萬九千九百五十二步濶不及長二十四步求濶者置乘積為實減較之半一十二為縱廉而以初商乘之

初商四十即四紀右為方法以乘縱廉得四十八即與商相併共五十二註實下照式退位以呼初商四五四二

八（四
貳四 縱貳
方壹
伍四
三一玖二一
一玖五一
貳

十進削貳　二四除八　二上玖變

一餘實九一五二次倍所乘縱廉得

九十六 十及方法八共一百四進位得一

千四十為方法再置縱方一十二為

廉以相併共一千五十二商實得八

紀右亦註尾位為隅以乘縱方得九

十六併方廉隅共一千一百四十四註實下以呼次商

恰盡得濶四十八步

又有同前匿積和較又以濶乘長濶和較共數求濶用

帶縱廉負隅開平方者

假如田不知積只云一長二濶三和四較以濶乘之共二萬九千三百四十八其較二十八以求濶者置濶乘數為實推得共八較九濶用九為負隅以較八乘得二百二十四為縱廉以初商乘負隅為方法初商四即四十紀右乘隅得三百六十併縱廉共五百八十四註實下呼商五四除二十進削貳 四八三十二八上叁變一

六四（捌八
九 九 八
肆 四
八 一 九
叄 八
一 六
五 五
九 玖 六
五 五
貳

縱 肆 四 四
廉 貳 八 四
貳 五 九

負隅 玖 〇 〇 四
六 二 五
三 七

進位玖變六　四四一十六　四上肆變八進位一變九　進位六變五餘積五九八八次倍方法得七百二十為廉法併縱廉九百四十四為實續商六紀

右以乘負隅九得五十四為隅法併廉法縱廉共九百九十八註實下呼商恰盡得濶四十六步

若同前不知積步第逭長濶和較以長乘得若干及較求濶用帶縱方廉開平方

假如一長二濶三和四較以長乘之得四萬四千九百二十八步較二十四步求其濶若干列實以較為縱方推得八長一濶共九段倍之得一十八為縱廉以乘初商而併計之又兼縱方乃以呼商除之初商四紀右即四十為方法乘縱廉一十八得七百二十併入方法四十共七百六十又併縱方二十四共七百八十四以呼商四七二

（八四）捌六

三　五
一　六　七　六
肆　肆　玖　貳
　　七　八　四
　　一　六　九

縱方　肆貳　六九　四八七　四四五一

縱廉　捌壹　〇二七　〇六七　〇二五一

十八　七上肆變六進位

肆變一　四八三十二

八上玖變七進位六變三

四四一十六　四上貳

變六進位七變五餘實一

三五六八乃倍四得八為

方法倍縱廉得一千五百二十併入縱方二十四共一千

五百四十四為廉法以商餘實得八紀右以乘縱廉一十

八得一百四十四為隅法乃併方入廉（一千五百四十四隅一百四十四）三法共一千六百九十六註實下呼商恰盡得濶四十八步

又同前不知積及置長濶和較以長乘得若干及較求濶用帶縦廉負隅乘縦減實開平方者

假如一長二濶三和四較長乘得四萬七千二百一十二步濶不及長二十八步求濶幾何列實推得八長用八乘較得二百二十四為縦廉推得九段用九為負隅

又以較為減縱方初商四即四十紀右以乘負隅得三百

六十為方法併入縱廉共五百八十四為下法乘減縱

五
六 七 一
〇 六 八 〇 三
〇 壹 貳 柒 肆
貳 五 三 六 一
二 四 八 五
八
九 九

六四

縱肆四
廉貳八
貳五
負玖
隅

減捌
縱貳

二五三六一
二一五一
三六〇
五四

得一萬六千三百五

十二為減實註實下

變為三〇八六〇乃

以初商四呼下法照

常註退位五四得二

十進位三變一　四

八三十二　八上八變六進位〇變七進削一　四四一十六　四上六變〇進位六變五餘實七千五百乃倍方法得七百二十併縱廉二百二十四共九百四十四為廉法約商得六紀右以乘負隅得五十四為隅法即以隅法乘減縱得一千五百一十二以減實餘五九八八以廉隅二法相併得九百九十八與次商相乘開之恰盡得濶四十六

開立方法第十六

凡數自乘平列一面為平方更以原數再乘則四面皆方中積充實為立方矣凡立方點段俱隔二超三而首段尋其原數以自乘再乘如適合見數者即為方法開訖如少于見數則挨身減數尋原而以其再乘所得列首段下除之以為方法（若再乘之數反浮見數即非其原）餘實三倍其方為廉另置而以方法進一十（如係一則作一十係二則作二十之類）與相乘得數以較餘實約得幾何分之幾何假如已得二之一者即以二為次商亦以乘廉法得數若干以併前

所乘數共若干而以次商數總乘之即得三面之廉復以次商數自乘再乘為隅法併入開盡有不盡者以法命之

六
柒　○○○(二○三○

依法分為四段先開首位之捌尋原係二乃以二自乘再乘得八恰盡　抹捌右紀二　次開叁陸伍除點上之伍末用且作三六開之乃三倍其二為六另置於方法之上試加一為二一以六乘之得一百二十六以除原積叁陸其數反浮

貳肆伍陸叁捌

乃只作〇紀格右為二〇

次求第三位更三倍其二〇為六〇置於方法二〇之上隨意加一位且如只加〇為二〇〇以與六〇相乘得一萬二千以視原積叁陸伍肆貳約得三之一乃商三紀格右為二〇三以乘六〇得一百八十併前一萬二千共得一萬二千一百八十又以三乘之得三萬六千五百四十又以三自乘再乘得二十七為隅法併入恰盡　凡隅法皆以尾位挨本位所點之下尚

餘尾段三箇〇再加一〇于格右

假如列實一千七百二十八

三二
(一
捌
貳
柒
壹一

首位一自乘再乘只得一以一為方法紀右
抹壹次倍一為三作廉法另置乃以方法加
〇為一〇以乘廉法三得三〇約得原積七二十内
二之一矣乃改〇作二為次商紀格右以乘
廉法三得六併三〇共得三十六而以次商之
二乘之得七十二又以二自乘再乘得八為

隅法併入是為七百二十八開盡

假如列實三萬二千七百六十八數

九	二三
捌	
柒	
陸	
伍	
貳	五
叁	

首位尋原係三以三為方法自乘再乘得二七二變五抹叁次倍三作九為廉法加〇于方法之右為三〇以乘九得二百七十以視餘實五千七百六十為二之一乃商二紀二于三右以二乘九得一十八併前乘共得二百八十八以二總乘得五百七十六符三廉之數又以二自乘再乘得八為隅法併入盡

若次商以方法進位乘廉法而乘得之數適符餘實或於餘實相近不足二之一及三之一以上者只以一為次商之數

假如列實九千二百六十一數

一 六 二(韋 陸

先開首位玖尋原用二自乘再乘得八即除八千玖而抹玖變一以二為方法紀右次倍二得六為廉法另置次以二為二〇與相乘得一百二十適近本積只以一為次商數以乘

貳

一玖

所置六仍得六併前乘共得一百二十六又以一自乘再乘為隅依法併入是為一千二百六十一恰盡

廣諸乘方法第十七

凡積數若干以平面開之適得自乘之數者為開平方其立方乃開平再乘積也四面皆方中積滿布三乘方長立方也四乘方平面立方也如長立方得兩方數則進作四立方如長立方得三方數則進作九立方又如長立方係

如以二自乘起者得兩立方以三自乘起者得三立方之類但以平面一邊之數為準

凡方數則進作八十一立方之類倣此以至無窮俱係平面五乘方大立方也如係二自乘起者有四立方則進併十六方為大方如係五自乘起者有二十五立方則進併一百二十五方為大方之類自此推之六乘方視三乘形七乘方視四乘形八乘方視五乘形餘乘倣此可至無窮舊法繁碎且僅止于五乘此立捷法由平面至諸乘總一機軸先以諸乘原委布為一圖乘母為原乘出之子為開

乘	平方
一	一
二	四
三	九
四	一六
五	二五
六	三六
七	四九
八	六四
九	八一

凡開方列位以點分段者

平方每二位點作一段再

再乘立方		三乘方		四乘	
一	一	一	一	一	一
二	八	二	一六	二	三二
三	二七	三	八一	三	二四三
四	六四	四	二五六	四	〇二四
五	一二五	五	六二五	五	一二五
六	二一六	六	一二九六	六	七七六
七	三四三	七	二四〇一	七	八〇七
八	五一二	八	四〇九六	八	七六八
九	七二九	九	六五六一	九	〇四九

乘方每三位一段三乘方每四位一段做此推之至九乘方則十位一段矣皆自尾小數起而先以最大數之首段檢上圖以尋其原即以原數開之假如平方開者檢知首段數四十九即知七是原數用七自

	方	五乘方	六乘
一		一	一
二		六四	一二八
三		七二九	二一八七
四	一	四〇九六	六三八四
五	三	一五六二五	八一二五
六	七	四六六五六	九九三六
七	一六	一一七六四九	三五四三
八	三二	二六二一四四	七一五二
九	五九	五三一四四一	二九六九

乘可開若首段數係六十四者即知八是原數用八自乘可開若係六十三者不及六十四尚以七數開之餘積另求再乘三乘以上皆同此法假如再乘首段係二十七檢知其原係三即以三開之若是六十

方		七乘方
	一	一
	二	二五六
	三	六五六一
一	四	六五五三六
七	五	三九〇六二五
二七	六	一六七九六一六
八二	七	五七六四八〇一
二〇九	八	一六七七七二一六
四七八	九	四三〇四六七二一

三以下亦以三開又假如七乘方首段係二五六原數是二以二開之若原數是六五六不及三數之六五六一仍以二開之也上圖係乘出之數已得乘出之數開方之時第以此數

註首段下以除為開

右法已得首位方法餘實倍方為廉平方者一倍再乘方者再倍三乘以上皆以本乘之數倣此倍之別立通率凡平方只一率為二〇再乘立方有二率為三〇〇三〇三乘方有三率為四十為六百為四千自此以上諸乘倣此漸加而皆如後圖所推乃以方法之數乘之以乘出之數較餘實約得幾何母之幾何而即以其母為廉法

平方	立方	三乘	四乘	五乘	六乘	七乘	八乘	九乘	十乘	十一乘	十二乘	十三乘	十四乘	十五乘	十六乘

此圖以首行所列之二為平方三為立方四為三乘至十七則十六乘方也餘乘倣此首行

一				
二				
三	三			
四	六			
五	一〇	一〇		
六	一五	二〇		
七	二一	三五	三五	
八	二八	五六	七〇	
九	三六	八四	一二六	一二六
一〇	四五	一二〇	二一〇	二五五
一一	五五	一六五	三三〇	四六二
一二	六六	二二〇	四九五	七九二
一三	七八	二八六	七一五	一二八七
一四	九一	三六四	一〇〇一	二〇〇二
一五	一〇五	四五五	一三六五	三〇〇三
一六	一二一	五六〇	一八二〇	四三六八
一七	一三六	六八〇	二三八〇	六一八八

順列其第二行數悉承首行上格二數積之如三三為六四六為一〇之類數窮則挨加一數如第二行第五格為一〇其第三行第五格亦為一〇是也

二六四
四二九
六一七一
三〇〇三
五〇〇五
八〇〇八
六七三二一

六一七一
二三四三
五三四六
〇四四一一
八四四九一

五三四六
〇七八二一
〇一三四二〇

一三四二

右格內數以檢各乘合用通率而各視其乘法多寡於本位疊加虛〇凡平方一乘者用一率為二以加〇為二〇以與方法相乘其立方再乘者用兩率為三三而左小數加一〇為三〇右大數加兩〇為三〇〇而以三〇〇乘方法若三乘方者則用三率為四六四于末位之四加一〇為四〇進位之六加二〇為六〇〇首位之四加三〇為四千亦以大數乘方

法右圖只具四六兩位而乘法却宜三位則迴用右方之四以足三率若並位之數相重如四乘方之連用一〇一〇者迴轉減其重數竟以首位之五用之末位為五一〇一〇五照前依位增〇其數則為五十為一千為一萬為五萬而以五萬乘方法也至六乘方八乘方以上皆然

一乘
通率
列法

右列廉法　二〇　左列方法

再乘
通率
列法

〇〇
三〇三

三乘
通率
列法

〇〇〇
四〇〇六〇四

四乘通率列法

五〇〇〇〇
一〇〇〇〇
一〇〇〇
五〇

五乘通率列法

六〇〇〇〇〇
一五〇〇〇〇
二〇〇〇〇
一五〇〇
六〇

此末位加一〇進位一五加二〇又進位二〇加三〇又進位一五加四〇凡每位有二字者做此

六乘通率列法

七〇〇〇〇〇〇
二一〇〇〇〇〇
三五〇〇〇〇
三五〇〇〇
二一〇〇
七〇

七乘通率列法

八〇〇〇〇〇〇〇
二八〇〇〇〇〇〇
五六〇〇〇〇〇
七〇〇〇〇〇
五六〇〇〇
二八〇〇
八〇

一乘開平方

假如列實六百七十六萬五千二百〇一以平方開之

初商得二為方法以求廉法立二〇為通率列中位亦列方法于左位以相乘得四〇以較餘實二七約得六之一乃立六為廉法列于右位以自乘得三六為隅法附列乃以廉數六乘四十得二百四十以併自乘之三十六共二百七十六盡第二段餘實五二〇一另置通

六

二

壹

〇

貳

伍

右六六

廉三

陸 中 母 ○二

柰 左 方 一一

二陸 二

率併廉入方為法置左位以乘二○得數五百二十以較餘實得一又以一為廉法置右位自乘仍得一為隅法併入恰盡

若已得廉法而以乘通率反浮餘實或廉法相合而隅法又浮餘實者皆減其廉法以乘之假如列實二百八十九初商一除實一百餘實一百八十九次商以方法乘通率只係二○以較餘積可用九除實一百八十而乘出隅法八十一則浮原積又試用八除實一百六十而乘出隅法六

一　玖　捌　一貳

七　一〇二一

九四

十四亦浮原積惟再減用七為廉法乘得一十四以除餘積尚餘四十九而以廉法自乘得四十九為餘法併入恰盡凡諸乘所用廉法有浮原積者皆照遞減求之

再乘開立方

假如列實二十三萬八千三百二十八以立方開之尋原以六為母以六自乘再乘得二一六除積　六上捌變二一上叁變二　進抹貳以六為方法以求廉法凡立

方皆用二數為通率為三十為三百自下而上疊位而

以方法六對三〇以方法自乘得三六對三〇〇各列于左

六捌貳叁二捌六

右廉　二　○　○中　○母　三

四　○　三

八

初乘乃以三六乘三〇〇得一萬八百以

視餘積約得二之一乃立二為廉

法以對三〇〇復以廉法二自乘得四

以對三〇〇各列于右又以二乘四得

八為隅法附列于下乃以廉二乘

一萬八百得二萬一千六百

二「叁一

「貳二左六六

方三

再乘以六對三〇乘之得一百八十又以四乘得七百二十以上二次乘出數併之得二萬二千三百二十加入隅法之八恰盡

凡方法之乘皆在通率位左以方法數對尾位其乘數自下而上凡廉法之乘皆在通率位右以廉法數對首位其乘數自上而下四乘五乘以上皆倣此

右再乘方法若以還原則以二十六自乘再乘

若初商方法只係一數者通率無乘須併諸率位除之一而淨即以一為廉法假如列實一千三百三十一以

一　壹　叄　叄　壹

再乘立方開之初商以一為方法除淨首位千一次併中位兩通率一除可淨以一為廉法對通率三百次以自乘仍得一對次通率三十又以再乘亦得一為隅法系其下而以隅法之一併入三千三百恰盡

右式可例其餘凡以一為方法者不論幾乘方皆以

諸位通率併求

三乘方

假如列實一千四百七十七萬六千三百三十六以三乘方開之尋原以六為母自乘再乘得一二九六除積 六上柒變一 九上柒變捌 二上肆變一 一上削壹次以六為初商方法以求廉法凡三乘皆疊用通率三位為四十為六百為四千先列通率於中位

二 右 二 四 八 一六

六 廉 ——— ——— ——— 一

乃列方法于左尾位自乘六三再乘二一

陸 ○—
叄 中 ○ ○—
叄 母 ○ ○ ○—
陸 左方
一「柒」六
八「柒」九
一「肆」二
「壹」一

六自下而上對列初乘以二百一十六
乘四千得數八十六萬四千較原積約
二之一以二為廉法列右首位自乘四
再乘八三乘一六聯列乃以二乘八十六
萬四千得數一百七十二萬八千
再乘以三六乘六〇〇得數二萬一千六百又
以右四乘之得數八萬六千四百
三乘以六乘四〇得數二百四十以右八

乘之得數一千九百二十乃合三乘數積之併入隅法一六共得一百八十一萬六千三百三十六恰盡

右三乘方法若以還原則以六十二之數自乘再乘三乘

一法以開平方法所得數更以平方開之

四乘方

假如列實九億一千六百一十三萬二千八百三十二數以四乘方開之尋原六為初商除積七億七千七百

六十萬餘實一億三千八百五十三萬二千八百三十二以求廉法凡四乘方通率疊用四位為五十為一千為一萬為五萬中列自下而上而以方法六對尾位五〇列之又自乘再乘三乘四乘亦自下而上對列于左

二（六 貳 叁

○○○○——二
○○○○——四
一○○○——八
——五○——一六
三二

初乘首位左乘得六千四百八十萬以較餘實約得二之一以二為廉法對首位五萬列之亦自乘再乘三乘自上而下對列又四乘得三二為隅法

捌　貳　叁

五壹六　八陸七　三壹七　一玖七

五——六九二一
一——六一二
——六三
——六

系于其下而以首位二數乘左乘所得之數計得一億二千九百六十萬次乘次位左乘得二百一十六萬而以右四乘之得八百六十四萬三乘第三位左乘得三萬六千而以右八乘之得二十八萬八千四乘尾位左乘得三百而以右一六乘之得四千八百以上四乘之積併入

右廉四乘所得隅法三十二恰盡

右四乘方若以還原則以六十二數自乘再乘以至四乘

五乘方

假如列實五百六十八億〇〇二十三萬五千五百八十

六	肆	捌	伍

二
四
八
一六
三二
六四

四數以五乘方開之尋原六為初商除積四百六十六億五千六百萬餘積一百一億四千四百二十三萬五千五百八十四

伍
叁
貳
四〇六
四〇五
一捌六
〇陸六
一伍四

〇〇〇〇〇六——六七七七
〇〇〇〇五一——六九二一
〇〇〇〇二——六一二
〇〇五一——六三
〇六——六

數以求廉法凡五乘方皆疊用通率五位為六十為一千五百為二萬為一十五萬為六十萬中列自下而上而以方法六對尾位六〇列之又自乘再乘三乘四乘自下而上皆列于左位初乘首位左乘得四十六億六千五百六十萬以較餘實約得

(六肆捌伍伍叁貳
四〇六

六——六〇〇〇〇〇——二
六——一五〇〇〇〇——四
六——二〇〇〇〇——八
六——一五〇〇——一六
六——六〇——三二
六四

二之一以二為廉法對首位六十萬列之亦自乘再乘三乘四乘自上而下對列于右又五乘得四六為隅法系下而以首位二數乘左乘所得之數共得九十三億三千一百二十萬

次乘次位左乘得數一億九千四百四十萬而以右四乘之得

四〇五　七九一三
一捌六　七二二
〇陸六　七一
一伍四

七億七千七百六十萬

三乘三位左乘得四百三十二萬而以右八乘之得三千四百五十六萬

四乘四位左乘得五萬四千而以右六一乘之得八十六萬四千

五乘五位左乘得三百六十以右二三乘之得一萬一千五百二

十併上五乘積又併右廉所乘

隅法六十四恰盡

右五乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以

至五乘

六乘方

假如列實三萬五千二百一十六億一千四百六十萬

六千二百〇八以六乘方開之尋原六為初商除實二

萬七千九百九十三億六千萬餘實七千二百二十二

六捌○貳陸○陸

二——○○
四——○○
八——○○
六一——○○
二三——○○
四六——○七
八二一

億五千四百六十萬六千二百○八數以求廉法凡六乘方遁率疊用六位為七十為二千一百為三萬五千為三十五萬為二百一十萬為七百萬中列而以方法六對尾位七○列之又自

肆
五壹六
二陸三
二壹九
二貳九
七伍七
參二

四	六	六	五	六——	七	○	○	○	○
	七	七	七	六——	二	一	○	○	○
		一	二	九	六——	三	五	○	○
			二	一	六——		三	五	○
				三	六——			二	一
					六——				

乘再乘三乘四乘五乘

自下而上皆列其左

初乘首位左位得數三千二百六十五億九千二百萬以較餘積約得二之一以二為廉法對首位七百萬列之亦自乘再乘三乘四乘五乘

二六(捌〇貳陸〇陸

二〇〇〇〇〇〇
四〇〇〇〇〇一
八〇〇〇〇五三
六一〇〇〇五三一
二三〇〇一二一
四六〇七
八二一

對列于右又以六乘得一二八為隅法系下而以首位二數乘左乘所得之數共得六千五百三十一億八千四百萬次乘次位左乘得一百六十三億二千九百六十萬以右四乘之得六百五

肆

五「壹」六

二「陸」三

二「壹」九

二「貳」九

七「伍」七

「叄」二

七二

六六六六六六

五七九一三

六七二二

六七一

四

十三億一千八百四十萬

三乘三位左乘得四億五千三百六十萬以右八乘之得三十六億二千八百八十萬

四乘四位左乘得七百五十六萬以右六乘之得一億二千〇九十六萬

五乘五位左乘得七萬五千六百以右二三乘之得二百四十一萬九千二百六乘六位左乘得四百二十以右四六乘之得二十六萬八千八百併上六乘之積又併隅法一百二十八恰盡

右六乘方若以還原則以六十二之數自乘再乘以

至六乘

七乘方

假如列實四兆五千九百四十九萬七千二百九十八

億六千三百五十七萬二千一百六十一數以七乘方

開之首位四其原一以一為方法餘實三兆五千九百

四十九萬七千二百九十八億共求一廉法因方法一

數無乘當併下位以較餘實而惟首次兩數同位為大

陸叁伍柒貳壹陸壹（一

〇〇——————二
〇〇——————四
〇〇——————八
〇〇—————一六
〇〇—————三二
〇〇—————六四
八〇————一二八
　　　　　二五六

數其餘小數不足為多寡且從省只併首次兩位開之若不相併者以首率八千萬較餘實試用四為廉法乘之似可除然次率八乘即浮原數矣試減用三亦浮原數見後註此二數併得一億〇八百萬以較餘實約可用三數然緣次乘之六以乘中列之第二位其數

捌玖貳柒玖肆伍

三肆一

○○○○○八——一
○○○○八二——一
○○○六五——一
○○○七——一
○六五——一
八二——一
——一

反浮初以三乘中首位固可除至次乘六以乘次位得一億六千八百萬併初乘共四億有奇反浮餘實當減用二為廉法自乘再乘至七乘依式列右凡乘數多于原數者減法做此

初乘以廉二乘八千萬得一億六千萬

(一 壹陸壹貳柒伍叁陸

二————○○
四————○○
八————○○
六————○○
二三————○○
四六————○○
八二一————○八
六五二

再乘以廉再乘數四乘二千八百萬得一億一千二百萬
三乘以廉三乘數八乘五百六十萬得四千四百八十萬
四乘以廉四乘數一六乘七十萬得一千一百二十萬

捌玖貳柒玖肆玖伍三肆一

一———八〇〇〇〇〇
一———二八〇〇〇〇
一———五六〇〇〇
一———七〇〇〇
一———五六〇
一———二八
一———

五乘以廉五乘數三二乘五萬六千得一百七十九萬二千

六乘以廉六乘數六四乘二千八百得一十七萬九千二百

七乘以廉七乘數一二八乘八十得一萬〇三百六十八

右併前七乘之積共得三億二千九百九十八萬一千四百四十併入隅法二百五十六以除餘積尚剰二千九百五十一萬五千六百二億六千三百五十七萬二千一百六十一數再商自首至尾共以一段開之

乃併廉法入方法共一十二為三商之數以對尾位八〇列于左以自乘再乘三乘四乘五乘六乘悉自下而上對列

一　初乘首位左乘得二千八

二（一壹陸壹貳柒伍

一一一一一一一一
○○○○○○○
○○○○○○八
○○○○○八
○○○○六二
○○○○五

百六十六萬五千四百四十六億四千萬以較餘積只可一乃以一為廉法乘無可乘故自乘至七乘皆只一照式列右其對中末位之下仍系一為隅法再乘次位左乘得八十三萬六千〇七十五億五千

叄
陸
二捌○六
○玖四五九
六貳四二六
五柒一
一玖八
五肆九

○○六七
○八五
八二
八四二六八四二
○八三三二四一
八九八七七一
一五八○一
三八四二
八九二
五二

二百萬

三乘三位左乘得一萬三千九百三十四億五千九百二十萬

四乘四位左乘得一百四十五億一千五百二十萬

五乘五位左乘得九千六百七十六萬八千

玖九　　三

二伍二

叁三

六乘六位左乘得四十萬
三千二百
七乘尾位左乘得九百六
十併七乘之積增入隅法
之一恰盡

右七乘開方若欲還原則以一百二十一數自乘再乘
以至七乘

以上開方則例共七乘衍至十乘百乘亦復如是妙在

尋原變在通卒熟玩自得難以備述

若夫尋原之法固與還原不同還原者依本乘之數以還實積耳尋原者用前列乘圖以尋下手方法凡尋原惟平方最易以每段只二位也次則立方亦易以每段只三位也三乘則四位為一段尋原難矣自是而上位置愈多尋原愈難矣然而即平方可求立方之原兼平方立方可以求多乘之原若三乘方者以平方法開之得數又以平方法開之得數即原矣若五乘方者先以

平方開之得數乃以立方開之或先以立方開之得數乃以平方開之即原矣若六乘方者作四乘方開二次即得其原若七乘方者作開平方三次即得其原若八乘方者作立方二次即得其原若九乘方者先以平方開一次又以四乘方開之或先以四乘方開一次又以平方開之即得其原若十乘方者作四乘開方三次亦得其原錯綜變化總由自然進退開闔具有定法孰謂開方諸乘迂遠難冀者乎神而明之從積正負帶減加

蝴巧由心造妙以熟生智者于斯盖不啻思過半也

奇零諸乘開方法第十八

凡開方諸法不惟全數可開即奇零之數亦各有法大都皆以尋原為第一義有母數子數俱有原數可用者如平方九之四則以三之二為原以三自乘得九以二自乘得四也如再乘立方二十七之八亦以三之二為原以三自乘得九再乘得二十七以二自乘得四再乘得八也又如三乘方八十一之十六以三之二為原謂三再乘得二十七三乘

得八一謂二再乘得八三乘得一六也如五乘方者七二九之六四以三之二為原謂三數以五乘則得七二九二數以五乘則得六四也有二數並列子母不同而亦有原數可用者如四之二與九之八並列依對乘法兩母乘得三十六兩子乘得一十六是為三六之一六其平方之原為九之四以四九三十六與夫四四一十六用四為鈕數者也有以全數帶奇數而亦有原可尋者如有全數二又二七之一〇依化法乃為二七之六四尋其立方之原為三之四以三再

乘為二七四再乘為六四歸其整數即一零三之一也凡有原可尋則可開無原可尋則不可開必命分之母與得分之子各有原則可開若一有原一無原則不可開尋原之術數之多者約之以至于寡如四五之二〇必約之為九之四其開平方之原即三之二也如八一之二四必約之為二七之八其立方之原亦三之二也他如九之六者九有原六無原不可開矣又如二〇之二一者命分數與得分數俱無原不可開矣然則終不可開乎又非也數窮則

變變則通雖無原有數之最相近者可借之以為原吾以本數析之又析而相近之原可得也析之之法多取進位平方或析一為十為百立方或析一為百為千數彌多者求彌密其原亦彌近也彌近之數或稍多于所求或稍約于所求然而皆可以為原者也

假如以五數為開平方是為無原而任借一〇為一〇〇之原以自乘得一百以五乘得五〇〇雖一〇不為五〇〇之原乃其原之最近者有兩數其一為四八四以二二為原二十二自乘得四百八十四

此近而朒者其一為五二九以二三為原二十三自乘得五百二十九此近而盈者何也試以所借一〇為命分之母以二二為得分之子以一〇之二二自乘此係整二零一〇之二得一〇〇之四八四內除四百為四整數而八四為一〇〇之八四夫四零一〇〇之八四以視二零一〇之二猶五百與二二之比例也試以所借一〇為母以二三為子以一〇之二三自乘此係整二零二之三得一〇〇之五二九內除五百為五整數而二九為一〇〇之二九夫五零一〇〇之二九以視二零二三猶五百與二三之比例也故一〇可以為五借也

假如以九數為開立方亦為無原而任借一〇為一〇〇〇之原（以自乘再乘故）以九乘得九〇〇〇雖九千不以一十為原而其近原者亦有兩數一為八〇〇以二〇為原（自乘再乘）此近而朒者一為九二六一以二一為原（自乘再乘）此近而盈者則何也試以一〇為母一〇之二〇係整二數以自乘再乘即得一〇之八試以一〇為母一〇之二一係整二數零一〇之一以自乘再乘即得九零一〇〇〇之二六一也（母一十自乘得一百再乘得一千子整二化二十併入一仍二十一自乘得四百四十一再乘得九千二百六十一以九千歸元得整九餘為一千之二六一）故一〇可以為九

借也

假如列實四〇以四乘方開之為無原任借一數為一〇以自乘至四乘得一十萬以一〇乘之得四百萬用前法推衍其原之近者有兩數其一為二〇其一為二一何也以一〇為二〇之母此一〇之二〇係整二數以二自乘再乘三乘四乘為一〇之三二以視四〇其近而朒者以一〇為二一之母此一〇之二一係整二數零一〇之一以二零一〇之一自乘再乘化整數併子法如前母四乘得一十萬子自乘再乘得九千二百六十一三乘四乘得整四十

數零一十萬之八萬四千二百〇一二十一以三乘得一十九萬四千四百八十一以四乘得四百〇八萬四千二百〇一內以以四百萬還元得整四十數其零為八四二〇一視四十其近而盈者故一〇可以為四〇借也以上三論姑借一〇見例若進至百千萬數其數彌多其析愈精則原愈近矣

同文算指通編卷八